

**Математический анализ, 1 курс, 2 семестр, для ИУ9
теоретические вопросы для подготовки к РК–2, 2018**

1. Сформулировать теорему о разложении правильной рациональной дроби на простейшие и метод интегрирования рациональных функций.
2. Дать определение интеграла Римана и его геометрическую интерпретацию.
3. Сформулировать свойства интеграла Римана: линейность, аддитивность и интеграл от константы.
4. Сформулировать необходимое условие интегрируемости и критерий интегрируемости.
5. Сформулировать следствия из критерия интегрируемости: интегрируемость непрерывных функций и функций с конечным числом точек разрыва. Привести пример неинтегрируемой функции.
6. Сформулировать свойства определенного интеграла: монотонность, теорему о сохранении интегралом знака подынтегральной функции, теорему об оценке модуля и теорему об оценке определенного интеграла.
7. Сформулировать две теоремы о среднем для определенного интеграла и формулу Ньютона-Лейбница.
8. Сформулировать теорему о замене переменной и теорему об интегрировании по частям определенного интеграла.
9. Сформулировать теоремы о непрерывности и о производной интеграла с переменным верхним пределом.
10. Сформулировать косвенные приемы интегрирования: интегрирование периодических функций; интегрирование четных и нечетных функций на отрезке, симметричном относительно начала координат.
11. Сформулировать формулы для вычисления с помощью определенного интеграла площади плоской фигуры для случаев, когда граница задана в декартовых координатах, параметрически или в полярных координатах.
12. Сформулировать формулы для вычисления с помощью определенного интеграла объемов тел по площадям параллельных сечений и тел вращения вокруг осей OX и OY в декартовой системе координат.
13. Дать определения предела и непрерывности векторной функции. Сформулировать теорему о покоординатной сходимости векторной функции. Дать определения кривой и параметризованной кривой в пространстве.
14. Дать определения касательной к кривой и производной векторной функции. Сформулировать достаточное условие существования касательной и геометрический смысл производной векторной функции.
15. Дать определения производной векторной функции. Сформулировать правила дифференцирования векторных функций и свойство производной векторной функции постоянной длины.

16. Дать определения длины дуги кривой и спрямляемых кривых. Сформулировать достаточное условие спрямляемости кривых и формулу для вычисления с помощью определенного интеграла длины дуги кривой в многомерном пространстве.
17. Сформулировать формулы для вычисления с помощью определенного интеграла длины дуги плоской кривой, заданной параметрически, в декартовой или полярной системах координат.
18. Сформулировать формулы для вычисления с помощью определенного интеграла площади поверхности вращения в декартовой системе координат и для параметрического задания функции.
19. Сформулировать определение кривизны кривой, геометрический смысл кривизны и формулы для вычисления кривизны графика функции и кривизны кривой, заданной параметрически.
20. Дать определение радиуса кривизны, круга кривизны и центра кривизны плоской кривой. Сформулировать геометрический смысл круга кривизны и идею вывода формулы для вычисления координат центра кривизны.
21. Дать определение эволюта и эвольвенты. Сформулировать механический способ построения по заданной кривой одной из ее эвольвент.
22. Дать определение несобственного интеграла от непрерывной функции на бесконечном промежутке. Сформулировать признаки сравнения для таких интегралов.
23. Дать определение несобственного интеграла от неограниченной функции на конечном отрезке интегрирования. Сформулировать признаки сравнения для таких интегралов.
24. Сформулировать свойства несобственного интеграла от непрерывной функции на бесконечном промежутке: формулу Ньютона — Лейбница, правила интегрирования по частям и подстановкой.
25. Дать определение абсолютной и условной сходимости несобственного интеграла. Сформулировать теорему об абсолютной сходимости.

Типовые задачи

1. Найти длину кривой $\rho = 4(1 + \cos \varphi)$.
2. Найти объем тела, образованного вращением кардиоиды $\rho = 2 \cos^2 \frac{\varphi}{2}$ вокруг полярной оси.
3. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $\begin{cases} x = 4 \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}$, прямой $y = 1$ и содержащей точку $(0, 2)$.
4. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = 2x^2$, $y = x^2$ и прямой $y = 2x$.
5. Исследовать на сходимость $\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{1+x^2}}{x+3} dx$

6. Исследовать на сходимость $\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x^3}{x^2 + 2x} dx$

7. Исследовать на сходимость $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{x^{4/3}} dx$

8. Исследовать на сходимость $\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{\sin x^3} dx$